

## MECÂNICA DA PARTÍCULA - LABORATÓRIO

PROFESSOR: Daniel Peters Gusmão Meira

E-mail: danielpetersuniplan@gmail.com

# A MEDIDA DE TODAS AS COISAS

“A ciência moderna aceita o erro como seu destino. Ela não exige verdade de seus praticantes, apenas honestidade.”

Alder Ken

## INTRODUÇÃO

“É possível efetuar uma medida com absoluta precisão sem cometer erro?” “Quando você faz uma medida confia plenamente em seu instrumento?” “Porque sentimos a necessidade de medir?”

Medir é uma atividade mais comum do que parece. Ao olhar no relógio, por exemplo, você está vendo no mostrador o resultado de uma medição de tempo. Dependemos de medições para quase tudo, no esporte, na previsão do clima, na medicina, na engenharia, no comércio, na indústria, na ciência e na regulamentação. Nossa vida moderna é totalmente conduzida pela medida “exata”.

A **Física** é uma ciência experimental. Tudo que sabemos a respeito do universo e dos princípios que governam o seu comportamento é proveniente de observações de **Fenômenos da Natureza**. Ao estudar um fenômeno da natureza é necessário obtermos uma informação quantitativa das **Grandezas Físicas (o mensurando)**. Para ingressarmos no universo da Física é imprescindível saber medir as grandezas físicas. A validade de qualquer Lei Física está baseada na sua concordância com resultados obtidos experimentalmente.

Quando se relata o resultado de medição de uma grandeza física (**valor do mensurando**) deve-se sempre dar alguma indicação quantitativa, para avaliar e expressar sua incerteza, de forma que aqueles que o utilizam possam avaliar sua confiabilidade. Sem essa indicação, resultados de medição não podem ser comparados. As medições nos capacitam a:

- Manter o controle de qualidade durante os processos de produção;
- Fortalecer mecanismos regulatórios e obrigar ao seu cumprimento;
- Empreender pesquisas e desenvolvimento;
- Calibrar instrumentos e garantir rastreabilidade a padrões nacionais;
- Desenvolver, manter e comparar padrões nacionais e internacionais.

As medições dependem:

- Instrumentos calibrados;
- Rastreabilidade a padrões nacionais;
- Uma compreensão da incerteza;
- Aplicação de Boas Práticas para a medição;



Banner: Rastreabilidade e Incerteza - INMETRO

A **Metrologia** é a ciência que abrange todos os aspectos teóricos e práticos relativos às medições de grandezas físicas, qualquer que seja a incerteza em qualquer campo da ciência ou tecnologia. O objetivo de uma medição é determinar o mensurando.

Nesta era de mercado global, é imperativo que o método para avaliar e expressar incerteza seja uniforme em todo o mundo, de forma tal que as medições realizadas em diferentes países possam ser facilmente comparadas.

# GRANDEZA FÍSICA

**Grandeza física** é tudo aquilo que pode ser medido, associado um **Valor Numérico** e a uma **Unidade de Medida**. Saber medir inclui:

- Manusear instrumentos de medida;
- Expressar corretamente a informação extraída desses instrumentos;
- Fazer cálculos estatísticos.

O método mais simples de medir uma grandeza física é através da comparação direta com um **Padrão de Medida**, de mesma unidade, para verificar a relação numérica existente entre elas. O resultado dessa comparação denomina-se **Medida Direta** e nela estão contidas três informações:

- O **Valor Numérico**, expresso em **Algarismos Significativos e Notação Científica**;
- A **Unidade de Medida**, no **Sistema Internacional de Unidade de Medida**;
- O **Grau de Precisão do Instrumento**.

O sistema de unidades de medidas adotado pelo Brasil é o **Sistema Internacional de Unidade de Medida (SI)**. Um sistema que descreve tudo em nosso mundo com sete **Unidades Fundamentais**.

O SI trouxe coerência a todas as medições na ciência, na engenharia, no comércio e na indústria. Por exemplo, o **metro (m)** é uma unidade da grandeza comprimento. O metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo ( $c_0 = 299\,792\,458$  m/s) durante um intervalo de tempo de  $1/299\,792\,458$  s.

Classificações das grandezas físicas:

**1- GRANDEZAS FUNDAMENTAIS** – São as grandezas ditas primitivas de que não dependem de outras para serem definidas. As sete unidades fundamentais são blocos de construção da ciência moderna.

É necessário reconhecer-se que mesmo sendo as **sete Grandezas Fundamentais – comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de matéria e intensidade luminosa** – consideradas como independentes por convenção; as **sete Unidades Fundamentais – metro, quilograma, segundo, ampere, kelvin, mol e candela** – não o são. Assim, a definição do metro incorpora o segundo; a definição do ampere incorpora o metro, o quilograma e o segundo; a definição do mol incorpora o quilograma; e a definição da candela incorpora o metro, o quilograma e o segundo.

Tabela 1 – Grandezas fundamentais do SI

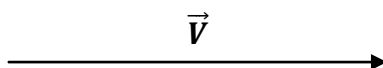
Grandezas	Nome	Símbolos
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Quantidade de matéria	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd
Corrente elétrica	ampère	A

**2- GRANDEZAS ESCALARES** - É definida por um **VALOR NUMÉRICO** e uma **UNIDADE DE MEDIDA**. Exemplos de grandezas escalares: comprimento (m), massa (kg), tempo (s), área ( $m^2$ ), volume ( $m^3$ ), pressão (Pa), energia (J), mol (mol), potência (W), densidade ( $kg/m^3$ ) e a temperatura (K).

**3- GRANDEZAS DERIVADAS** - São definidas por relação entre as grandezas fundamentais. SI – INMETRO – Ver texto: Quadro Geral de Medidas.

**4- GRANDEZAS ADIMENSIONAIS** - É um número desprovido de qualquer unidade física que o defina - portanto é um número puro. Exemplo:  $\sin 30^\circ = 0,50$ .

**5- GRANDEZAS VETORIAIS** - É definida por um **VALOR NUMÉRICO**, uma **UNIDADE DE MEDIDA** e uma orientação espacial – **DIREÇÃO** (por exemplo: horizontal, vertical e etc.) e **SENTIDO** (por exemplo: para cima, para baixo, para direita, para esquerda e etc.). Exemplos de grandezas vetoriais: Deslocamento (m), Velocidade (m/s), aceleração ( $m/s^2$ ) e Força (N). É representada por um “ente” matemático denominado Vetor.



## TEORIA DOS ERROS

“O que medimos?” “Como medimos?” “Com qual precisão podemos medir?” “São perguntas extremamente complexas.”

"A Medida de Todas as Coisas" – BBC – Prof. Marcus Du Sautoy

Uma medição nunca traz um resultado exato e é importante definirmos a incerteza que quantifica essa inexatidão. A **incerteza** de uma medição é a dúvida que temos sobre o resultado de qualquer medição. Quando se pretende medir o valor de uma grandeza física, pode-se realizar uma ou várias medidas, dependendo do experimento. Em cada caso, deve-se encontrar um valor numérico que melhor represente a grandeza física e ainda um limite de **Erro** dentro do qual deve estar compreendido o **valor verdadeiro**.

A **incerteza** é a possibilidade da existência de erro em uma mensuração ou em um cálculo. Em muitos casos, as incertezas existem porque a informação científica simplesmente não está disponível.

“A Ciência é construída com erros, mas são erros úteis, porque levam, pouco a pouco, até a verdade.”

Júlio Verne

O objetivo dos experimentos é fazer um estudo quantitativo e qualitativo de certas propriedades do sistema observado. Esse estudo é realizado através de inúmeras medições das grandezas físicas. Neste processo são utilizados instrumentos de medida e, posteriormente os dados obtidos são tratados e analisados, com finalidade de confrontar os resultados obtidos com as previsões teóricas.

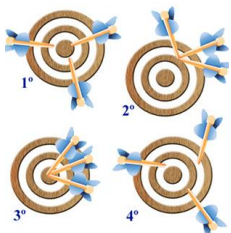
Os instrumentos de medida podem ter diferentes **graus de precisão**, mas, por mais preciso que qualquer instrumento seja, os dados experimentais sempre contém erros. É necessário, portanto, avaliar o erro que certamente existe associado ao resultado da medição. A tarefa de determinação do erro em uma grandeza medida não é simples, porque o ato de medir é sempre acompanhado da interferência dos mais diversos fatores. Existem muitos fatores que podem causar incerteza:

- Fatores ambientais
- Instrumentos de medição inferiores
- Técnicas de medição inadequadas.

## PRECISÃO x ACURÁCIA

“O conhecimento amplo e satisfatório sobre um fenômeno somente existirá quando for possível medi-lo e expressá-lo por meio de números”.

Lord Kelvin



**Precisão** é o grau de aproximação entre um conjunto de medidas de um valor que não é, necessariamente, o valor verdadeiro. A precisão é um conceito **quantitativo**. A precisão é uma característica do instrumento.

**Acurácia ou exatidão** é o grau de aproximação entre um conjunto de medidas e um valor verdadeiro. Exatidão é um conceito **qualitativo**.

A diferença entre **precisão** e **acurácia** é facilmente exemplificada na ilustrada por meio de quatro diferentes arqueiros, cada um com diferentes graus de habilidade. O alvo representa o valor verdadeiro de um mensurando (a grandeza que se pretende medir).

No **1º**, o atirador foi exato, mas não foi preciso. No **2º**, ele foi preciso, mas não foi exato. O **3º** está exato e preciso. O **4º**, o atirador não foi preciso nem exato.

Exatidão é um termo qualitativo que expressa o “grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro de um mensurando”, enquanto precisão, o “grau de concordância entre indicações ou valores medidos, obtidos por medições repetidas” representa a dispersão dos resultados das medições. Sempre haverá uma incerteza na medição, mesmo quando as medições são precisas e exatas.

A precisão de uma medida é expressa pelo número de algarismos significativos. Quanto maior o número de algarismos significativos, maior é a precisão de uma medida.

Ex.: um paquímetro tem uma precisão entre 0,05 a 0,01 mm; o micrômetro tem uma precisão entre 0,01 a 0,001 mm. **A precisão de um instrumento é algo que não pode ser alterado, já a exatidão do instrumento pode ser alterada.**

Pode-se dizer que uma medida terá **Exatidão** quando os **Erros Sistemáticos** forem desprezíveis ou nulos, e uma medida terá **Precisão** quando esse for o caso para os **Erros Acidentais** forem pequenos. O instrumento que apresenta a maior precisão é aquele que fornece a maior quantidade de algarismos significativos.

O número de algarismos significativos define a precisão de uma medida. As calculadoras simples fornecem seus resultados com até 10 algarismos o que não corresponde a um resultado com o número correto de algarismos significativos. Você deverá avaliar quantos algarismos utilizar.

## INCERTEZA x ERRO

**Incerteza de medição** significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição. É crucial saber onde a incerteza pode influenciar no erro. Sempre haverá uma incerteza na medição, mesmo quando as medições são precisas e exatas. Nenhuma medição tem a garantia de ser exata. A medida de uma grandeza física é sempre aproximada, por mais experiente que seja o operador e por mais preciso que seja o instrumento de medida. Esta limitação reflete-se no número de algarismos significativos que se pode utilizar para representar uma medida.

O **Erro** de uma medida é a diferença entre o valor obtido através de um processo de medição de uma grandeza e o seu valor verdadeiro (**Erro = Valor medido - Valor verdadeiro**), **os erros não podem ser conhecidos exatamente**. Em geral, uma medição tem imperfeições que dão origem a um erro no resultado da medição. Tradicionalmente, um erro é visto como tendo três componentes, a saber: **grosseiros, sistemáticos e acidentais**.

**ERROS GROSSEIROS** – Ocorrem devido à imperícia ou distração do observador. Estes tipos de erros podem ser evitados pela repetição cuidadosa das medidas. **Inadmissíveis na prática metrológica.**

**ERROS SISTEMÁTICOS** – Podem ser causados por falhas do aparelho de medida, calibração incorreta, qualidade do instrumento de medida, erro de procedimento e aproximações teóricas incorretas (Equações teóricas ou empíricas). Esses erros fazem com que as medidas estejam sistematicamente acima ou abaixo do valor verdadeiro.

**ERROS ACIDENTAIS** – Ocorrem devido a causas diversas e imprevisíveis, difíceis de serem eliminadas. Esses erros podem ter várias origens: condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos), fatores associados ao operador sujeitos as variações, tais como, visão e audição. Os erros acidentais podem ser minimizados pela perícia do operador, mas jamais eliminados por completo.

## NOTAÇÃO CIENTÍFICA E ORDEM DE GRANDEZA

**Notação Científica:** serve para representar os números muito grandes ou muito pequenos. Escreve-se o valor (**a**) com apenas um algarismo antes da vírgula, completa-se com algarismos decimais necessários e se multiplica tudo pela potência de dez ( $10^n$ ).

$$R = a \cdot 10^n \quad \therefore \quad 1 \leq a < 10 \quad \text{e} \quad n \in \mathbb{Z} \quad (\text{número inteiro})$$

Exemplos:

A massa de um próton é de cerca de 0,000 000 000 000 000 000 000 001 672 621 777 kg. Na notação científica, isto é escrito  **$R = 1,672621777 \cdot 10^{-27}$  kg.**

A massa da Terra é de cerca de 5 973 600 000 000 000 000 000 000 kg. Na notação científica, isto é escrito  **$R = 5,9736 \cdot 10^{24}$  kg.**

A notação científica também transmite rapidamente duas propriedades de uma medida que são úteis para os cientistas e os engenheiros: **ordem de grandeza** e **algarismos significativos**.

**Ordem de grandeza** é geralmente usada para fazer comparações. Dois números de mesma ordem de grandeza tem aproximadamente a **mesma escala**: o maior valor é menor que dez vezes o menor valor. **Esse é o raciocínio que está por trás dos algarismos significativos.**

Se  $a < \sqrt{10} \cong 3,16$ , então a ordem de grandeza de  $R$  é  $10^n$ .

Se  $a \geq \sqrt{10}$ , então a ordem de grandeza de  $R$  é  $10^{n+1}$ .

Exemplos:

A ordem de grandeza da massa do próton é  $R = 10^{-27}$  kg.

A ordem de grandeza da massa da Terra é  $R = 10^{25}$  kg.

Os cientistas e os engenheiros preferem escolher  $n$  um múltiplo de três (ver tabela 2).

## ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

“A medição é o segredo para entender o nosso lugar no universo.”

"A Medida de Todas as Coisas" – BBC – Prof. Marcus Du Sautoy

Já vimos que saber medir é muito importante para o entendimento físico de um fenômeno. É importante saber representar uma medida de maneira apropriada. As grandezas podem ser medidas **Direta** ou **Indiretamente**, havendo, em cada caso, um modo diferente de tratar seus valores e os erros a eles associados. Antes de fazer qualquer medição, precisamos saber qual a **grandeza** que pretendemos medir e o **grau de exatidão** que pretendemos obter como resultado dessa medição para então podermos escolher o **instrumento de medir adequado**.

**Medidas diretas** são as obtidas por simples comparação utilizando-se instrumentos de medida. Por exemplo: utilizar uma régua para medir o comprimento de uma folha de papel. As medidas diretas da grandeza podem ser feita de duas formas distintas:

- Medindo-se apenas uma vez a grandeza física;
- Medindo-se várias vezes a mesma grandeza física, mantendo as mesmas condições físicas.

Em toda medida direta é importante se expressar o resultado com os algarismos lidos diretamente na escala (**Corretos**) e mais um avaliado (**Duvidoso**), a este conjunto de algarismos obtidos denominamos **Algarismos Significativos**. Algarismos significativos são números que contribuem para a precisão de uma medida.

O algarismo duvidoso é aquele que o experimentador precisa **avaliar**, pois a extremidade do objeto medido está entre dois traços indicativos da escala da régua milimetrada (*figura 1*), além daquele que se tem **certeza**. Toda medida tem-se, em geral, apenas um algarismo duvidoso!

Por exemplo, pode-se avaliar que o **resultado do comprimento (R)** assinalada na régua graduada em milímetro é de  $R = 49,6$  mm. Os algarismos 4 e 9 são os algarismos corretos, porem o algarismo 6 é duvidoso.

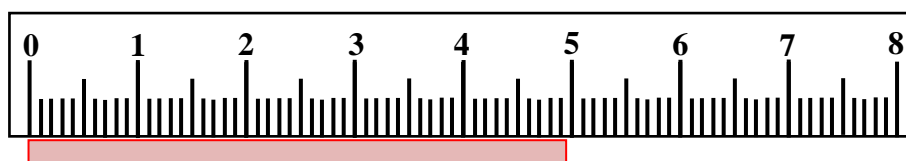


Figura 1

Algarismos corretos      Algarismo duvidoso  
49,6 mm  
Algarismo significativo

Outro experimentador poderia fazer as seguintes leituras: 49,5 mm ou 49,7 mm. **Note que o erro deve afetar somente o algarismo duvidoso da medida.** Mas alguém indicaria este valor como 49,0 ou 49,9? Muito dificilmente. Portanto, podemos considerar que existe um “limite de erro”, e que qualquer erro acima dele é um **erro grosseiro**.

## OPERAÇÕES COM ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

A **medida indireta** é realizada quando efetuamos cálculos matemáticos com as medidas diretas. Por exemplo: a velocidade média de um automóvel viajando de Brasília a Belo Horizonte, esta propriedade física pode ser obtida através do conhecimento da distância percorrida e do tempo que se leva para percorrê-la.

As medidas indiretas, em geral, são menos precisos do que as medidas diretas. Isto porque os erros vão se acumulando na medida em que calculamos as grandezas envolvidas. Mas agora surge nova dúvida:

vamos trabalhar com diversas medidas diferentes, feitas com instrumentos distintos e com resultados apresentados em unidades variadas.

**1-** No caso de **Soma ou Subtração**, o resultado deve ser apresentado somente com um algarismo duvidoso e o número de algarismos significativos vai depender da parte decimal do algarismo duvidoso de cada parcela da operação. Por exemplo, a adição entre as medidas 4,3 cm com 33,7 mm, realizadas com uma escala graduada em centímetros e outra em milímetro. Antes, porém, precisamos transformar todos os dados para a mesma unidade. Neste caso, a unidade de maior ordem é o centímetro. Mudar a unidade para descrever um resultado não pode alterar a sua precisão!

$$\begin{array}{r} 4,3 \text{ cm} \\ +3,37 \text{ cm} \\ \hline 7,67 \text{ cm} \end{array}$$

O resultado da adição de várias medidas não pode ter maior número de algarismos significativos, na sua parte decimal, do que a parte decimal mais pobre das parcelas. Note que o algarismo duvidoso aparece em **negrito** em cada medida, e quando ele participa da soma em uma casa decimal, o resultado naquela casa decimal também é duvidoso, portanto, o algarismo correspondente também está em **negrito**.

Mas, **o resultado da soma só pode ter um algarismo duvidoso**, que é o primeiro algarismo duvidoso à esquerda (no caso, o número **6**).

$$\begin{array}{r} 4,3 \text{ cm} \\ +3,37 \text{ cm} \\ \hline 7,6\mathbf{7} \text{ cm} \end{array}$$

Em outras palavras, **a soma não pode ter maior precisão do que a fornecida pela régua de menor precisão** (no caso, a régua centimetrada) e **arredonda-se o resultado**.  $R = 7,7 \text{ cm}$ . Os resultados só devem ser arredondados no final dos cálculos. Devemos escrever as grandezas medidas em **Notação Científica** e no SI:  $R = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

**O número de casas decimais do resultado de uma adição ou subtração é igual ao do termo com menor número de casas decimais.**

Se o comprimento de uma barra de aço deve ser determinado com exatidão **micrométrica**, sua especificação deverá incluir a **temperatura** e a **pressão** nas quais o comprimento é definido. Exemplo: Temperatura de um **micrômetro** usado na medição de comprimento.

A temperatura e a pressão são denominadas **Grandezas de Influência**, que não é o mensurando, mas que afeta o resultado da sua medição são mantidas constantes. Assim, o mensurando deve ser especificado com o comprimento da barra a 25,0 °C e 101325 Pa.

Entretanto, se o comprimento tiver de ser determinada apenas com exatidão **milimétrica**, sua especificação não requererá uma definição de temperatura ou pressão ou de um valor para qualquer outro parâmetro de definição. Exemplo: Um **paquímetro** usado na medição de comprimento.

## REGRAS DE ARREDONDAMENTO

**a)** Se a casa decimal, imediatamente a seguir à escolhida, for 0, 1, 2, 3 ou 4, deixa-se a casa decimal escolhida inalterada. Exemplo:  $R = 49,62 \text{ mm} \Rightarrow R = 49,6 \text{ mm}$ , depois de arredondado;

**b)** Se a casa decimal, imediatamente a seguir à escolhida para última, for 5, 6, 7, 8 ou 9, aumenta-se uma unidade à casa decimal escolhida. Exemplo:  $R = 49,65 \text{ mm} \Rightarrow R = 49,7 \text{ mm}$ , depois de arredondado.

**2-** No caso de **Multiplicação e Divisão**, o resultado deve ser apresentado com um número de algarismos significativo igual ao da parcela que tiver o menor número de algarismos significativos. Mas, o resultado da operação matemática com medidas só pode ter um algarismo duvidoso, o “menos duvidoso de todos”, que é o primeiro algarismo duvidoso à esquerda (no caso, o número **1**). Despreza-se, então, tudo o que vem após o **1**, ou seja, ...695, e arredonda-se o resultado. O arredondamento só se faz uma vez, ou seja, **só devem ser arredondados no final dos cálculos**.  $R = 15,2 \text{ cm}^2$ . Devemos escrever as grandezas medidas em **Notação Científica** e no SI:  $R = 1,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

$$\begin{array}{r} 4,50 \text{ cm} \\ \times 3,371 \text{ cm} \\ \hline 15,1695 \text{ cm}^2 \end{array}$$

## GRAU DE PRECISÃO DO INSTRUMENTO

É a incerteza devido ao limite de precisão do instrumento de medida (é a menor medida que o instrumento oferece). Se o grau de precisão não estiver indicado no instrumento, o procedimento usual é adotar como “limite de erro”: **a metade da menor divisão do aparelho** utilizado na determinação do valor numérico da grandeza.

$$G_p = \frac{\text{menor divisão do instrumento de medida}}{2}$$

Por exemplo: se a régua é graduada em milímetros, a metade da menor divisão é 0,5 mm. Isso significa que não é razoável admitir medidas com precisão maior do que 0,5 mm quando se utilizam réguas milimetradas. Em uma régua milimetrada esse erro seria de 0,5 mm.

A forma mais comum de se expressar o **resultado de uma medição (R)** é a seguinte: valor da medida direta ou indireta ( $m_i$ )  $\pm$  grau de precisão do instrumento ( $G_p$ ) e unidade de medida:

$$R = (m_i \pm G_p) \text{ unidade de medida.}$$

Por exemplo, se alguém lesse a seguinte medida:  $m_i = 49,6 \text{ mm}$  e  $G_p = 0,5 \text{ mm}$ .  $R = (49,6 \pm 0,5) \cdot \text{mm}$ . Esse resultado significa que existe um valor verdadeiro que **está compreendido** entre 49,1 e 50,1 mm. Devemos escrever as grandezas medidas em **Notação Científica** e no SI:  $R = (4,96 \pm 0,05) \cdot 10^2 \text{ m}$ .

## VALOR MAIS PROVÁVEL

Se todas as grandezas das quais o resultado de uma medição depende forem variadas, sua incerteza poderá ser calculada por meios estatísticos. Quando se mede **uma grandeza física diversas vezes**, nem sempre os valores obtidos são coincidentes. Em situações desse tipo, o que se faz comumente é encontrar o valor médio para minimizar os erros experimentais.

O **valor mais provável da grandeza ( $V_p$ )** é a **média aritmética** dos valores das medidas ( $m_i$ ), logo quando maior o número de medições ( $n$ ) efetuadas de uma grandeza mais próximas do valor exato está o valor mais provável ( $V_p$ ) encontrado.

$$V_p = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + \dots + m_n}{n} \quad \text{ou} \quad V_p = \sum_{i=1}^n m_i$$

Por exemplo, durante uma experiência de laboratório, foram obtidos os seguintes resultados da medida do comprimento de um objeto.

Calculando o valor mais provável do comprimento:

$$V_p = \frac{(2) \cdot 49,4 + (5) \cdot 49,5 + (10) \cdot 49,6 + (8) \cdot 49,7 + (5) \cdot 49,8 + (2) \cdot 49,9}{32}$$

$V_p = 49,6 \text{ mm}$  (arredonda-se o resultado).

Tabela 3: Medidas do comprimento do objeto.

Número de medições	Medidas (mm)
2	49,4
5	49,5
10	49,6
8	49,7
5	49,8
2	49,9

## DESVIO PADRÃO

Quando realizamos um experimento e medirmos determinada grandeza física, devemos ter uma estimativa da grandeza medida. No entanto, apenas isso não basta. É fundamental que sejamos capazes de responder a questão: “**Quão boa é esta estimativa?**” Mas isso ainda não estaria completo, pois ficamos sem responder a uma pergunta: “**É seguro que o valor verdadeiro da grandeza esteja nesse intervalo?**”

Outro ponto importante é quanto à independência estatística dos dados obtidos em um experimento. Para que dois dados sejam estatisticamente independentes é necessário que eles sejam obtidos com instrumentos de fabricantes diferentes e, além disso, as leituras devem ter sido feitas por pessoas diferentes, pois alguns fatores de erro podem ter origem humana (paralaxe, subjetividade no momento da leitura do instrumento etc.).

**DESVIO PADRÃO (dp)** ⇒ Para um número de medições elevado (maior que 10 (dez) medidas), os resultados distribuem-se em torno do valor mais provável ( $V_p$ ) segundo uma curva, em forma de sino, denominada **Curva de Gauss**.

O desvio padrão é uma expressão da incerteza de medição. O método de avaliação de incerteza pela análise estatística de séries de observações. **Quanto menor for o desvio padrão, maior será a precisão da experiência** (indica que os dados tendem a estar próximos do valor mais provável). O desvio padrão dá-nos uma ideia da dispersão dos resultados em torno do valor mais provável.

A linha do **Valor de referência** indica o Valor Verdadeiro Convencional.

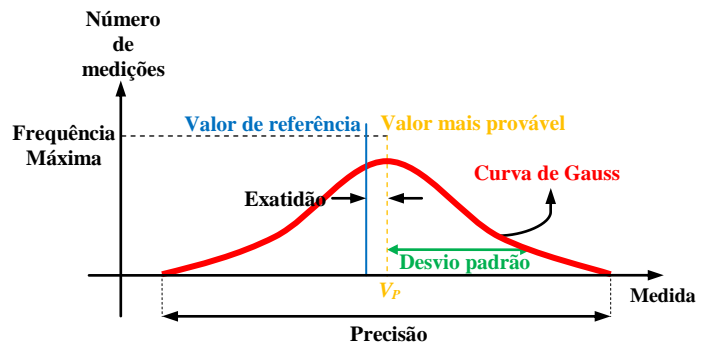
A linha **curva de Gauss** é a curva de dispersão dos resultados encontrados na medição, indicando no eixo x o valor da medida e no eixo y a ocorrência para este valor durante a série de medições. Esta curva de dispersão será explicada em detalhes mais adiante, no estudo de incerteza.

A linha **Valor mais provável** indica a média dos resultados encontrados.

A distância entre o **Valor mais provável** de medições e o **Valor de referência** indica o grau de **Exatidão** do instrumento, que tem origem nos seus **Erros Sistemáticos**.

A abertura da **curva de Gauss** indica a **Precisão** do instrumento. Quanto mais aberta esta curva maior foi a dispersão entre os valores encontrados na série de medições. A **Precisão**, portando, está relacionada aos **Erros Acidentais** ocorridos durante a medição.

Se a curva for estreita, a maioria dos resultados encontrar-se-á próximo do valor médio, indicando uma grande **precisão** é dado pela expressão:



$$d_p = \sqrt{\frac{|m_1 - V_p|^2 + |m_2 - V_p|^2 + |m_3 - V_p|^2 + |m_4 - V_p|^2 + \dots + |m_n - V_p|^2}{n}} \quad \text{ou} \quad d_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |m_i - V_p|^2}{n}}$$

Exemplos: tomando-se os valores da **tabela 3**:

$$d_p = \sqrt{\frac{2 \cdot |49,4 - 49,6|^2 + 5 \cdot |49,5 - 49,6|^2 + 10 \cdot |49,6 - 49,6|^2 + 8 \cdot |49,7 - 49,6|^2 + 5 \cdot |49,8 - 49,6|^2 + 2 \cdot |49,9 - 49,6|^2}{32}}$$

$d_p = 0,1 \text{ mm}$  (arredonda-se o resultado).

Finalmente, a forma de apresentar o resultado de uma série de medições:  **$R = (\bar{V}_p \pm d_p)$  unidade de medida**. Portanto o resultado deve ser apresentado como:  **$R = (49,6 \pm 0,1) \text{ mm}$** . Devemos escrever as grandezas medidas em **Notação Científica** e no **SI**:  **$R = (4,96 \pm 0,01) \cdot 10^{-2} \text{ m}$** .

A avaliação de incerteza não é uma tarefa de rotina nem uma tarefa puramente matemática; ela depende de conhecimento detalhado da natureza do mensurando e da medição. A qualidade e utilidade da incerteza indicada para o resultado de uma medição dependem, portanto, em suma, da compreensão, análise crítica e integridade de todos aqueles que contribuem para o estabelecimento de seu valor.

Embora esta apostila proporcione uma metodologia para avaliar incertezas, ele não pode substituir o **raciocínio crítico**, a **honestidade intelectual** e a **habilidade profissional**.

O procedimento para a determinação do resultado de um conjunto de medidas de uma grandeza física:

- 1º Determinação do grau de precisão do instrumento;
- 2º Calibração do instrumento, quando necessário;

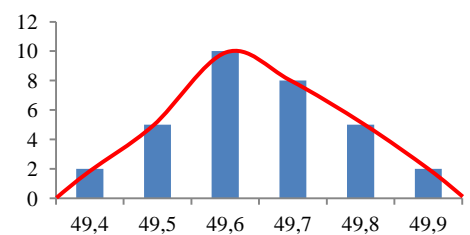


Gráfico 1: Desvio padrão do comprimento do objeto.



- 3º Realização das medidas (coleta de dados);
- 4º Cálculo do valor mais provável ( $V_P$ ) da medida;
- 5º Cálculo do desvio padrão ( $d_p$ ) das medidas;
- 6º Informação do resultado no formato:  $R = (V_P \pm d_p)$  unidade de medida (devemos escrever as grandezas medidas em Notação Científica e no SI).

## CASOS PARTICULARES

Suponhamos que medimos dois valores:  $A = (4,3 \pm 0,5)$  cm e  $B = (3,37 \pm 0,05)$  cm.

Qual será o resultado  $A + B$  e qual é a incerteza na adição destes dois valores?

O número de casas decimais do resultado de uma adição ou subtração é igual ao do termo com menor número de casas decimais; e a incerteza de uma soma ou subtração de duas medidas é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas das parcelas.

$$A + B = (4,3 + 3,37) \pm (\sqrt{0,5^2 + 0,05^2}) \text{ cm. Logo, } A + B = (7,6 \pm 0,5) \text{ cm (arredonda-se o resultado).}$$

Qual será o resultado  $A \cdot B$  e qual é a incerteza na multiplicação destes dois valores?

A Multiplicação e Divisão, o resultado deve ser apresentado com um número de algarismos significativo igual ao da parcela que tiver o menor número de algarismos significativos; e a incerteza de um produto ou quociente é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas dos fatores.

$$A \cdot B = (4,3 \cdot 3,37) \pm (\sqrt{0,5^2 + 0,05^2}) \text{ cm. Logo, } A \cdot B = (14 \pm 0,5) \text{ cm.}$$

## BIBLIOGRAFIA

- ALDER, Ken. **A medida de todas as coisas: A odisseia de sete anos e o erro encoberto que transformaram o mundo**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.
- COSTA, André. **Erros e algarismos significativos**. Vol. 6, fascículo 4. Gazeta de Física - Sociedade Portuguesa de Física, 2003.
- DIAS, José Luciano de Matos. **Medidas, normalização e qualidade: aspectos da história da metrologia no Brasil**. Rio de Janeiro, RJ: Fundação Getulio Vargas, 1998.
- VUOLO, José Henrique. **Fundamentos da Teoria de Erros**. São Paulo, SP: Edgard Blucher LTDA, 1996.
- Birô Internacional de Pesos e Medidas - BIPM. **Avaliação de dados de medição – Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM**. Tradução: Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia - INMETRO. Rio de Janeiro, RJ, 2012.
- [www.inmetro.gov.br/legislacao/rtac/pdf/RTAC002050.pdf](http://www.inmetro.gov.br/legislacao/rtac/pdf/RTAC002050.pdf) – Acesso em: 21 jan. 2015.
- [www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/qgUnidadeMedida.pdf](http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/qgUnidadeMedida.pdf) – Acesso em: 21 jan. 2015.
- [www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/sistema-internacional-unidades.pdf](http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/sistema-internacional-unidades.pdf) – Acesso em: 22 jun. 2016.
- [http://xrepo01s.inmetro.gov.br/bitstream/10926/1366/1/banner\\_02\\_incerteza.pdf](http://xrepo01s.inmetro.gov.br/bitstream/10926/1366/1/banner_02_incerteza.pdf) – Acesso em: 22 jun. 2016.
- [www.ufv.br/dpf/224/pratica1.doc](http://www.ufv.br/dpf/224/pratica1.doc) – Acesso em: 21 jan. 2005.
- [glossarioinmetro.wordpress.com](http://glossarioinmetro.wordpress.com) – Acesso em: 22 jun. 2016.
- [http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/iso\\_gum\\_versao\\_site.pdf](http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/iso_gum_versao_site.pdf)
- Comitê internacional de Pesos e medidas – CIPM. O Grupo de Trabalho foi convocado pelo Birô Internacional de Pesos e Medidas – BIPM. É a mais alta autoridade no campo da ciência da metrologia. Bureau internacional de Pesos e medidas. O BIPM realiza pesquisas relacionadas a medições. Ele toma parte e organiza comparações internacionais entre padrões de medida e realiza calibrações para os Estados Membros. – <http://www.bipm.org/en/committees/cipm> – Acesso em: 21 jan. 2015.

**Take care!**

## PREFIXOS DO SI

Tabela 2 – Prefixos do Sistema Internacional de Unidades - SI

FATOR	PREFIXO	SÍMBOLO	DECIMAL	COMO SE LÊ
$10^{24}$	yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	Septilhão
$10^{21}$	retta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000	Sextilhão
$10^{18}$	exa	E	1 000 000 000 000 000 000	Quintilhão
$10^{15}$	penta	P	1 000 000 000 000 000	Quadriilhão
$10^{12}$	tera	T	1 000 000 000 000	Trilhão
$10^9$	giga	G	1 000 000 000	Bilhão
$10^6$	mega	M	1 000 000	Milhão
$10^3$	quilo	k	1 000	Mil
$10^2$	hecto	h	100	Cem
$10^1$	deca	da	10	Dez
$10^{-1}$	deci	d	0,1	Décimo
$10^{-2}$	centi	c	0,01	Centésimo
$10^{-3}$	mili	m	0,001	Milésimo
$10^{-6}$	micro	$\mu$	0,000 001	Milionésimo
$10^{-9}$	nano	n	0,000 000 001	Bilionésimo
$10^{-12}$	pico	p	0,000 000 000 001	Trilionésimo
$10^{-15}$	femto	f	0,000 000 000 000 001	Quatrilhonésimo
$10^{-18}$	atto	a	0,000 000 000 000 000 001	Quintilhonésimo
$10^{-21}$	zepto	z	0,000 000 000 000 000 000 001	Sextilhonésimo
$10^{-24}$	yocto	y	0,000 000 000 000 000 000 000 001	Septilhonésimo

